



# Информатика и ИКТ

Подготовка к ЕГЭ.

*18 октября 2020 г.*

# Тематика заданий

Задание 4:

кодирование и декодирование информации.

Задание 8:

измерение количества информации.

Задание 11:

подсчёт информационного объёма сообщения.

# Кодирование и декодирование информации. Условие Фано

№ 4

Условие Фано:

никакое кодовое слово не является  
началом другого кодового слова.

Например:

0, 10, 110, 1111.

Тогда закодированное сообщение можно однозначно декодировать с начала:

10011011110   10, 0, 110, 1111, 0.

Такие коды называют *префиксными*.

Закодированное сообщение можно однозначно декодировать с конца, если выполняется **обратное условие Фано**:

никакое кодовое слово не является  
окончанием другого кодового слова.

Например: 0, 01, 011, 0111.

01001100111   0111, 0, 011, 0, 01

# Условие Фано

№ 4

Условие Фано – это *достаточное*, но не необходимое условие однозначного декодирования: если оно *не выполняется*, это не значит, что раскодировать нельзя.

Пример:

А – 010, Б – 0.

01001000100  $\longrightarrow$  01001000100  $\longrightarrow$  ААБАБ.

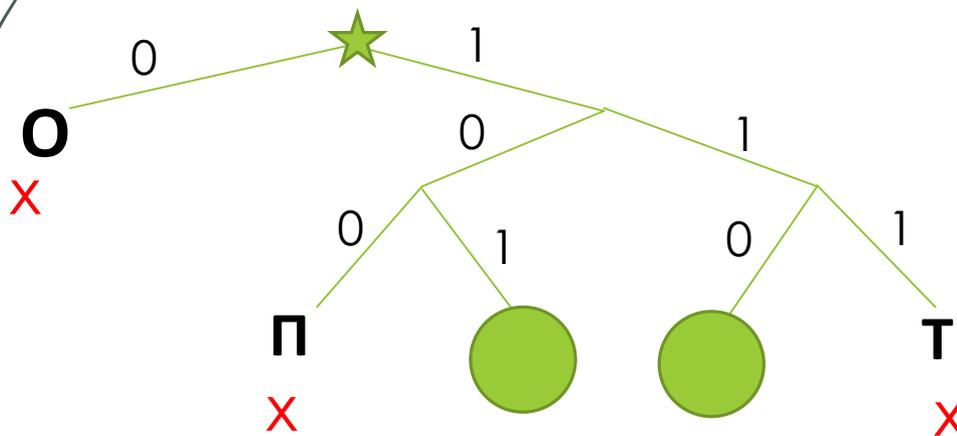
# Кодирование и декодирование информации

## № 4

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только 4 буквы П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова:

**Т: 111, О: 0, П: 100.**

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.



С: 101 или 110



Ответ: 101.

# Кодирование и декодирование информации

## № 4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий обратному условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0, для буквы Б – кодовое слово 011. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех пяти кодовых слов?

В: 01;

Г: 0111;

Д: 1111.

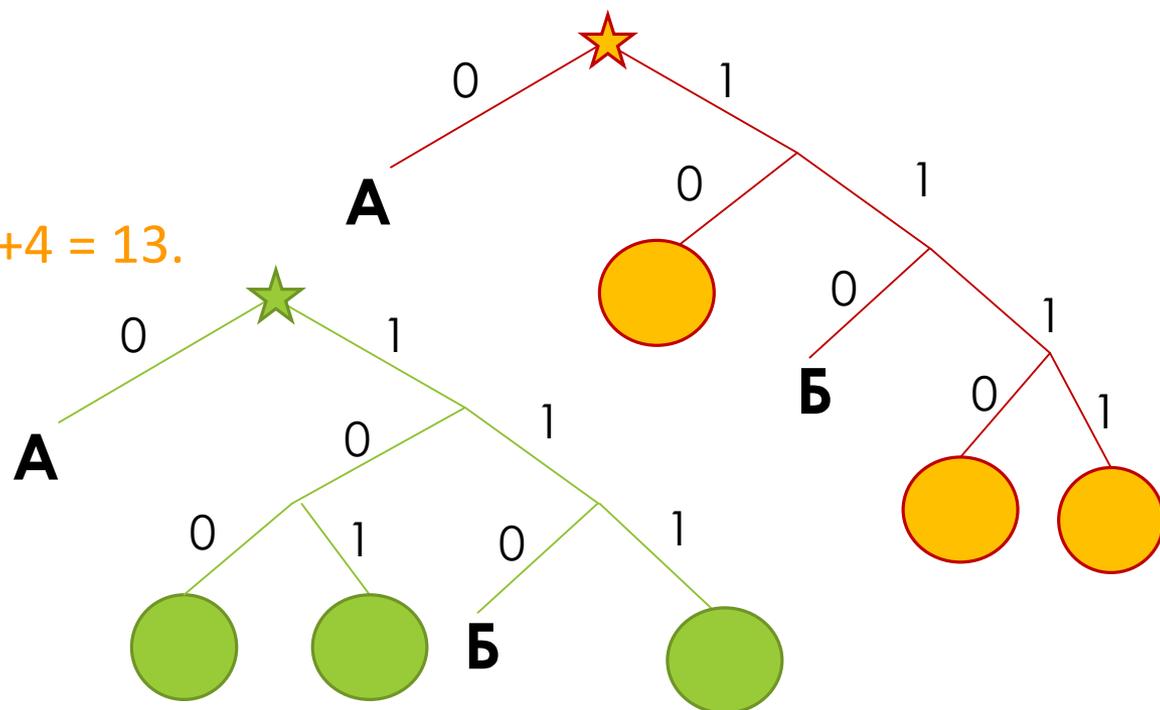
$$1+3+2+4+4 = 13.$$

В: 001;

Г: 101;

Д: 111.

$$1+3+3+3+3 = 13.$$



Ответ: 13.

# Измерение количества информации

## № 8

*Число разных слов длины  $t$  в алфавите из  $p$  букв равно  $p^t$ .*

*Пример: слова из 3 букв в алфавите  $\{0,1\}$ .*

*Всего слов:  $N = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ .*

*000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.*

Число разных слов длины  $t$  при  $k_1$  вариантах выбора первой буквы,  $k_2$  вариантах выбора второй буквы и т.д. и  $k_z$  вариантах выбора  $z$ -й буквы:

$$N = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_z .$$

*Пример: слова из 3 букв в алфавите  $\{0,1\}$ , причём на второй позиции должен быть 0.*

*Всего слов:  $N = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$ .*

*000, 001, 100, 101, 110, 111.*

# Измерение количества информации

№ 8

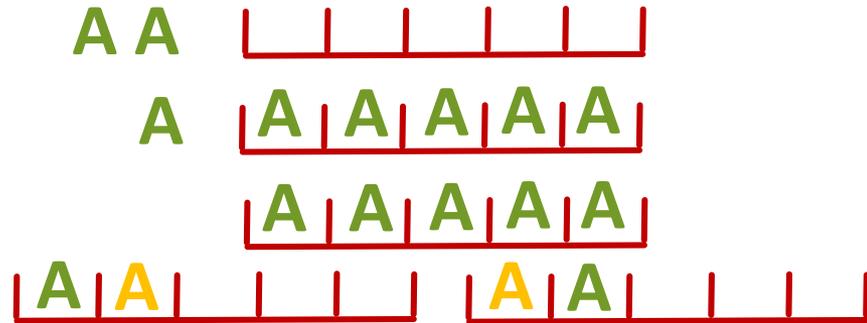
Сколько существует различных символьных последовательностей длины 5 в четырёхбуквенном алфавите {А, Б, В, Г}, которые содержат ровно две буквы А?

$$5 \cdot 4 = 20.$$

Но буквы А одинаковые:

$$20 / (2 \cdot 1) = 10.$$

$$3^3 \cdot 10 = 270$$



Вася составляет 3-буквенные слова, в которых есть только буквы В, Е, С, Н, А, причём буква А используется в каждом слове хотя бы 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

3 буквы А:  $3 \cdot 2 \cdot 1 / (3 \cdot 2 \cdot 1) = 1$  слово. Делим на  $3 \cdot 2 \cdot 1$ , т.к. на 1ю позицию можно поставить 3 «разных» буквы «А», на 2ю – 2 и на последнюю – одну.

2 буквы А:  $3 \cdot 2 / (2 \cdot 1) = 3$  способа расставить буквы А и  $3 \cdot 4^1 = 12$  слов.

1 буква А: 3 способа расставить и  $3 \cdot 4^2 = 48$  слов.

Всего =  $1 + 12 + 48 = 61$  слово.

ДРУГОЙ СПОСОБ:

Всего 3-буквенных слов, составленных из 5 букв:  $5^3 = 125$ .

3-буквенных слов без букв А:  $4^3 = 64$ .

Тогда подходящих слов:  $125 - 64 = 61$ . Ответ: 61.

# Измерение количества информации

## № 8

Все 4-буквенные слова, составленные из букв А, Б, В, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

- |         |               |
|---------|---------------|
| 1. АААА | 1. 0000       |
| 2. АААБ | 2. 0001       |
| 3. АААВ | 3. 0002       |
| 4. АААТ | 4. 0003       |
| .....   | 5. 0010 ..... |

Запишите слово, которое стоит на 67-м месте от начала списка.

*Замена: А-0, Б-1, В-2, Т-3.*

*Получим числа в 4й системе счисления от  $0_4$  до  $3333_4$ .*

*Нумерация с нуля  $\rightarrow$  67 элемент исходного списка  $\rightarrow$  66.*

$$66_{10} = 64_{10} + 2_{10} = 1 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^0 = 1002_4.$$

*Обратная замена: БААВ.*

*Ответ: БААВ.*

# Информационный объём сообщения

## № 11

С помощью  $k$  бит можно получить  $2^k$  чисел (вариантов).  
Пример:  $\{A, B, V\}$  – 3 варианта  $< 4 = 2^2$ , потребуется 2 ячейки (2 бита) для хранения 1 символа.

$A - 00, B - 01, V - 10.$

Объём информационного сообщения:

$$V = N \cdot K,$$

где  $N$  – количество символов,  $K$  – сколько выделено места в битах под 1 символ.

# Информационный объём сообщения

## № 11

В велокроссе участвуют 125 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объём в битах сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 велосипедистов?

$125 < 128 = 2^7 \rightarrow 7$  бит, чтобы «закодировать» каждого спортсмена.

$70$  спортсменов  $\cdot 7 = 490$  бит.

*Ответ: 490.*

# Информационный объём сообщения

№ 11

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из **9 символов**. Из соображений информационной безопасности каждый пароль должен содержать хотя бы **1 десятичную цифру**, как **прописные**, так и **строчные латинские буквы**, а также не менее **1 символа из 6-символьного набора**: «&», «#», «\$», «\*», «!», «@». В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено **одинаковое и минимально возможное целое число байт**. При этом используют посимвольное кодирование паролей, **все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит**. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о **20 пользователях** потребовалось **500 байт**. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт. *Примечание. В латинском алфавите 26 букв.*

$10 + 26 + 26 + 6 = 68$  символов  $< 128 = 2^7 \rightarrow 7$  бит на место для хранения 1 символа.

$7 \cdot 9 = 63 \rightarrow 64 : 8 = 8$  байт на хранение пароля.

$500 : 20 = 25$  байт на хранение информации 1 пользователя.

$25 - 8 = 17$  байт на дополнительные сведения.

*Ответ: 17.*

# Задачи для самоконтроля

## № 4

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только 4 буквы К, О, Р, А; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Р, А, К используются такие кодовые слова: Р: 000, А: 10, К: 01.

Укажите такое кодовое слово для буквы О, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодовых слов несколько, укажите то, у которого меньшая длина.

*Ответ: 11.*

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв И, К, Л, М, Н, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы Л использовали кодовое слово 1, для буквы М – кодовое слово 01. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех пяти кодовых слов?

*Ответ: 14.*

# Задачи для самоконтроля

## № 8

Сколько существует различных символьных последовательностей длины от одного до трёх (включительно) в четырёхбуквенном алфавите {А, С, G, Т}.

*Ответ: 84.*

Сколько существует различных символьных последовательностей длины от 5 до 6 в четырёхбуквенном алфавите {А, Т, Г, Ц} таких, что буква А встречается хотя бы 1 раз?

*Ответ: 4148.*

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 1 до 5. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 1 встречается ровно три раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

*Ответ: 160.*

# Задачи для самоконтроля

## № 8

Все 5-буквенные слова, составленные из букв Е, Ж, И, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ЕЕЕЕЕ
2. ЕЕЕЕЖ
3. ЕЕЕЕИ
4. ЕЕЕЖЕ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 238.

*Ответ: ИИИЖЕ.*

Все 6-буквенные слова, составленные из букв С, В, Е, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ВВВВВВ
2. ВВВВВЕ
3. ВВВВВС
4. ВВВВВТ
5. ВВВВЕВ ...

Под каким номером стоит первое из слов, которое начинается с буквы Т?

*Ответ: 3073.*

# Задачи для самоконтроля

## № 11

В велокроссе участвуют 359 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Какой объём памяти будет использован устройством, когда промежуточный финиш прошли 168 велосипедистов? (Ответ дайте в байтах.)

*Ответ: 189.*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только символы из 10-символьного набора: A, B, C, D, E, F, G, H, K, L. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 300 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байт.

*Ответ: 5.*