Информатика и ИКТ

Подготовка к ЕГЭ. Занятие №1

20 сентября 2020 г.

ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ

27 заданий на 30 баллов:

- 9 заданий с использование ПО,
- 18 заданий без использования ПО

Проходной первичный балл – 6.

30 баллов:

- 14 – на программирование
- 16 – на все остальное

Системы счисления

Опр. 1: Система счисления – символический метод записи чисел, представление чисел с помощью письменных знаков.

Системы счисления подразделяются на:

- позиционные;
- непозиционные;
- смешанные.

Пример 1: Унарная система счисления

1 – I   2 – II   3 – III   4 – IIII

5 – IIIII   6 – IIIIII   7 – IIIIIII

Пример 2: Римская система счисления

1 – I   2 – II   3 – III

4 – V   5 – IV   6 – VI   7 – VII

Системы счисления

Опр. 2: Позиционная система счисления – система счисления, в которой значение каждого числового знака (цифры) в записи числа зависит от его позиции (разряда).

Опр. 3: Основание позиционной системы счисления **n** – количество знаков (цифр), используемых в ней, для обозначения чисел от 0 до **n**-1.

Пример 3:

n = 2: 0 1

n = 8: 0 1 2 3 4 5 6 7

n = 10: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

n = 16: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Пример 4:

0007

0070

7000

Системы счисления

разряды

	4	3	2	1	0	
старший →	7	1	3	2	5	← младший
	n^4	n^3	n^2	n^1	n^0	

$$\boxed{7n^4 + 1n^3 + 3n^2 + 2n + 5}$$

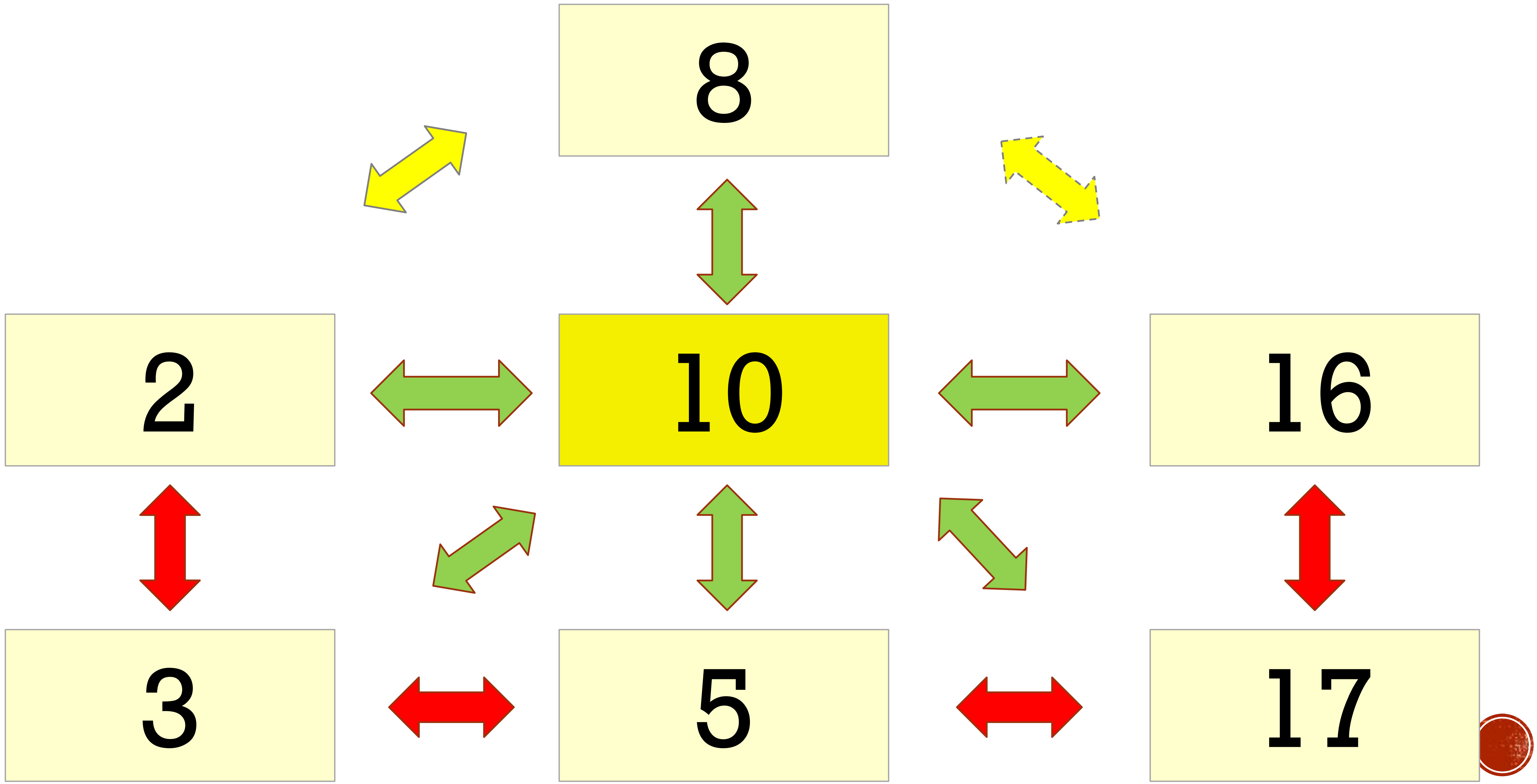
Системы счисления

разряды

	4	3	2	1	0	
старший →	7	1	3	2	5	← младший
	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	

$$7 \cdot 10000 + 1 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



Системы счисления

Алгоритм 1: Перевод в десятичную систему счисления

1. Пусть **n** – основание системы, из которой осуществляется перевод.
2. Пусть $a = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ – исходное число.
3. Результат равен сумме:

$$\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot n^i = a_{n-1} \cdot n^{n-1} + a_{n-2} \cdot n^{n-2} + \cdots + a_1 * n + a_0$$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Пример 5: Перевод в десятичную систему счисления

1. **N** = 2
2. a = 100101 – число, которое нужно перевести
3. Результат равен сумме:

$$1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 \cdot 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$= 32 + 4 + 1 = 37$$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Пример 6: Перевод в десятичную систему счисления
1. **N** = 8 2. $a = 105$ – число, которое нужно перевести 3. Результат равен сумме: $1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 64 + 5 = 69$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Пример 7: Перевод в десятичную систему счисления

1. **N** = 16
2. $a = AE10$ – число, которое нужно перевести
3. Результат равен сумме:

$$10 \cdot 16^3 + 14 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0$$

$$= 10 \cdot 4096 + 14 \cdot 256 + 16 = 44560$$

Системы счисления

Алгоритм 2: Перевод из десятичной системы счисления
1. Пусть **n** – основание системы, в которую осуществляется перевод. 2. Последовательно делить целую часть десятичного числа на основание, пока десятичное число не станет равно нулю. 3. Полученные при делении остатки являются цифрами нужного числа. Число в новой системе записывают, начиная с последнего остатка.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Пример 8: Перевод из десятичной системы счисления

1. N = 16
2. a = 238 – число, которое нужно перевести
3. Результат равен:
    1. 238 / 16 = 14, остаток 14
    2. 14 / 16 = 0, остаток 14
    3. Ответ = EE

Системы счисления

Если необходимо перевести число $\mathbf{a}$ из системы с основанием $\mathbf{n}$ в систему с основанием $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n} = \mathbf{m}^{\mathbf{x}}$, то перевод осуществляется более простым способом:

- Перевод осуществляется независимо для каждой цифры числа $\mathbf{a}$. Результат перевода каждой цифры записывается с помощью $\mathbf{x}$ разрядов
- Все результаты выписываются друг за другом в том же порядке, в котором шли исходные цифры

Пример 9: Перевести $12F0_{16}$ в двоичную систему.

Решение:

$16 = 2^4$, следовательно: $1_{16} = 0001_2$, $2_{16} = 0010_2$, $F_{16} = 1111_2$, $0_{16} = 0000_2$

Ответ: 0001001011110000_2 (или без незначащих нулей: 1001011110000_2)

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Если необходимо перевести число $\mathbf{a}$ из системы с основанием $\mathbf{m}$ в систему с основанием $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n} = \mathbf{m}^{\mathbf{x}}$, то перевод также осуществляется более простым способом:

- Число $\mathbf{a}$ разбивается на группы по $\mathbf{x}$ цифр
- Каждая группа переводится независимо
- Результаты выписываются друг за другом в том же порядке, в котором шли исходные группы

Пример 10: Перевести 100101000_2 в шестнадцатеричную систему.

Решение:

(дописываем три нуля в начале, чтобы получить три группы по 4 бита в каждой)

$16 = 2^4$, следовательно: $(000)1_2 = 1_{16}$, $0010_2 = 2_{16}$, $1000_2 = 8_{16}$

Ответ: 128_{16}

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Еще одно правило для работы с разными системами счисления:

$$n^x = \underbrace{1000\ldots0}_{x\ \text{нулей}} \text{ в } \mathbf{n}\text{-ричной системе счисления}$$

Пример 11:

В десятичной системе счисления:

$10^0 = 1_{10}, 10^1 = 1_{10}, 10^2 = 100_{10}, 10^3 = 1000_{10}, 10^4 = 10000_{10}$

В двоичной системе счисления:

$2^0 = 1_2, 2^1 = 10_2, 2^2 = 100_2, 2^3 = 1000_2, 2^4 = 10000_2$

В шестнадцатеричной системе счисления:

$16^0 = 1_{16}, 16^1 = 10_{16}, 16^2 = 100_{16}, 16^3 = 1000_{16}, 16^4 = 10000_{16}$

Системы счисления

Умножение числа на n^x сдвигает на **x** разрядов **влево** запись этого числа в **n**-ричной системе счисления

Пример 12:

$156_{10} \cdot 2^5 = 4992_{10}$

получаем:

$156_{10} = 10011100_2, 4992_{10} = 1001110000000$

Пример 13:

$156_{10} \cdot 10^5 = 15600000_{10}$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Деление числа на n^x сдвигает на **x** разрядов **вправо** запись этого числа в **n**-ричной системе счисления

Пример 14:

$\frac{4572_{10}}{2^5} = 142_{10}$ (целая часть) и 28_{10} (остаток)

получаем:

$4572_{10} = 1000111011100_2, 142_{10} = 10001110, 28_{10} = 11100_2$

Пример 15:

$$\frac{156010_{10}}{10^3} = 156_{10}$$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Сколько существует натуральных чисел x, для которых выполнено неравенство $11011100_2 < x < DF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно. (2)
2. Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $12F0_{16}$? (6)
3. Значение арифметического выражения: $9^{18} + 3^{54} – 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи? (34)
4. Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{5} – 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи? (3)
5. Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 519? (4)

Упражнения

6. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^{2014} + 2^{2015} - 8$? (2013)
7. Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись десятичного числа 30 имеет ровно три значащих разряда (4)
8. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию? (15)
9. Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N? (3)

ИДЕИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УПРАЖНЕНИЙ

1. $11011100_2 = 220_{10}$, $DF_{16} = 223_{10}$. $220 < \mathbf{x} < 223$, $\mathbf{x} = 221, 222$. **Ответ: 2**
2. Так как 16 есть степень двойки, то не нужно выполнять промежуточный шаг перевода в десятичную систему. Переводим сразу в двоичную (используем технику из примера 9): $1_{16} = 0001_2$, $2_{16} = 0010_2$, $F_{16} = 1111_2$, $0_{16} = 0000_2$. **Ответ: 6**
3. Приводим к единому основанию: $9^{18} + 3^{54} - 9 = 3^{36} + 3^{54} - 3^2$. Используем технику из примера 11: в троичной системе счисления 3^{36} это 1 и 36 нулей, 3^{54} это 1 и 54 нуля. Ответ равен длине «отрезка с двойками»: 35 – 2 + 1 = **34**

	54	53	52		38	37	36	**35**	34		3	**2**	1	0	
	1	0	0	…	0	0	0	0	0	…	0	0	0	0	3^{54}
+	0	0	0	…	0	0	1	0	0	…	0	0	0	0	3^{36}
=	1	0	0	…	0	0	1	0	0	…	0	0	0	0	$3^{54} + 3^{36}$
-	0	0	0	…	0	0	0	0	0	…	0	1	0	0	3^2
=	1	0	0	…	0	0	0	2	2	…	2	2	0	0	$3^{54} + 3^{36} - 3^2$

Нумерация с нуля!

Аналог в десятичной системе:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - \; 0010 \\ \hline 0990 \end{array}$$

ИДЕИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УПРАЖНЕНИЙ

5. 519 = 512 + 4 + 2 + 1 = 4 единицы
6. См. упр. 3
7. Необходимо найти такое основание **n**, чтобы его квадрат был меньше или равен 30 ($n^2 \leq 30$). Шесть уже не подходит: $6^2 = 36$, поэтому искомое основание находится в диапазоне от 2 до 5. Перебираем: $30_{10} = 11110_2, 30_{10} = 1010_3, 30_{10} = 140_4$. **Ответ: 4**
8. Если число **x** в троичной системе счисления в младшем разряде имеет ноль, то это означает, что оно **делится на 3 без остатка** (см. примеры 14 и 15). То же самое относится и к основанию системы 5. Таким образом, искомое число должно **одновременно делиться на 3 и на 5 без остатка**. Это есть НОК(3,5) = (3 * 5) / НОД(3,5) = 15

(НОК – наименьшее общее кратное, НОД – наибольший общий делитель)

Идеи для решения упражнений

9. В десятичной системе число 67 имеет **два разряда**, в искомой – **четыре**. Из этого следует, что **N**<10, так как с понижением основания системы счисления, количество цифр, необходимых для записи одного и того же числа, постепенно увеличивается (и наоборот). Перебираем все варианты: $67_{10} = 1000011_2, 67_{10} = 2111_3$. **Ответ: 3**