



Информатика и ИКТ

Подготовка к ЕГЭ. Занятие №4.

12 ноября 2017 г.

Тематика заданий

Задание 5:

кодирование и декодирование информации.

Задание 10:

измерение количества информации.

Задание 13:

подсчёт информационного объёма сообщения.

Кодирование и декодирование информации. Условие Фано

№ 5

Условие Фано:

**никакое кодовое слово не является
началом другого кодового слова.**

Например:

0, 10, 110, 1111.

Тогда закодированное сообщение можно однозначно декодировать с начала:

10011011110   10, 0, 110, 1111, 0.

Такие коды называют *префиксными*.

Закодированное сообщение можно однозначно декодировать с конца, если выполняется **обратное условие Фано:**

**никакое кодовое слово не является
окончанием другого кодового слова.**

Например: 0, 01, 011, 0111.

01001100111   0111, 0, 011, 0, 01

Условие Фано

№ 5

Условие Фано – это *достаточное*, но не необходимое условие однозначного декодирования: если оно *не выполняется*, это не значит, что раскодировать нельзя.

Пример:

А – 010, Б – 0.

01001000100 \longrightarrow 01001000100 \longrightarrow ААБАБ.

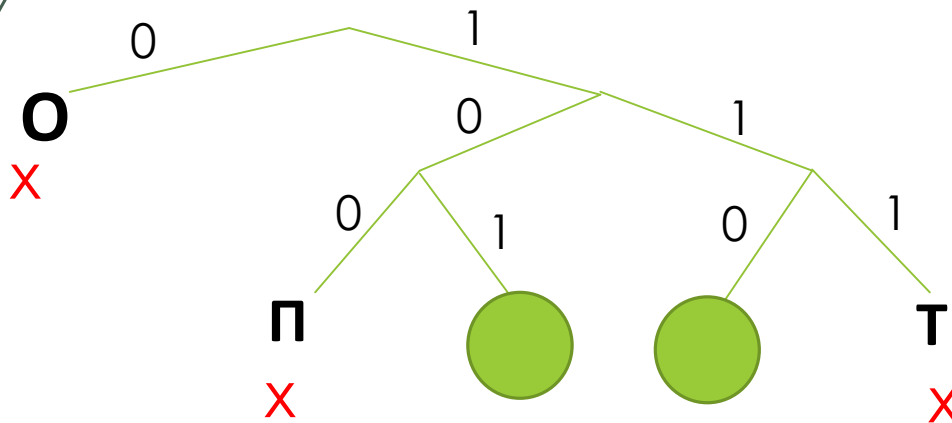
Кодирование и декодирование информации

№ 5

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только 4 буквы П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова:

Т: 111, О: 0, П: 100.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.



С: 101 или 110



Ответ: 101.

Кодирование и декодирование информации

№ 5

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий обратному условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0, для буквы Б – кодовое слово 011. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех пяти кодовых слов?

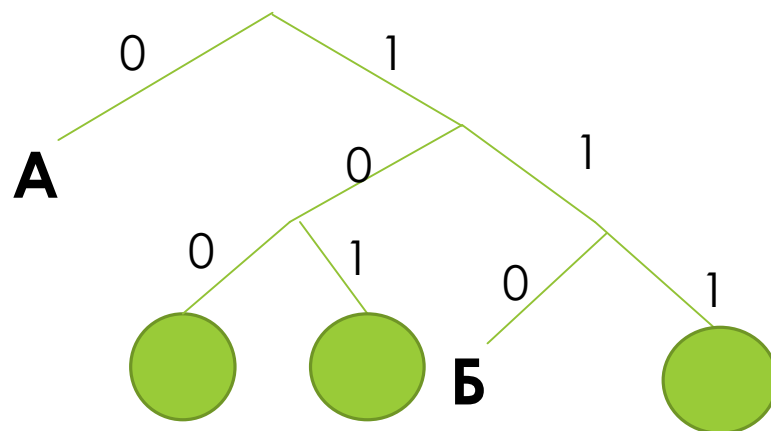
В: 001;

Г: 101;

Д: 111.

$$1+3+3+3+3 = 13.$$

Ответ: 13.



Измерение количества информации

№ 10

Число разных слов длины t в алфавите из p букв равно p^t .

Пример: слова из 3 букв в алфавите $\{0,1\}$.

Всего слов: $N = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$.

000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.

Число разных слов длины t при k_1 вариантах выбора первой буквы, k_2 вариантах выбора второй буквы и т.д. и k_z вариантах выбора z -й буквы:

$$N = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_z .$$

Пример: слова из 3 букв в алфавите $\{0,1\}$, причём на второй позиции должен быть 0.

Всего слов: $N = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$.

000, 001, 100, 101, 110, 111.

Измерение количества информации

№ 10

Сколько существует различных символьных последовательностей длины 5 в четырёхбуквенном алфавите {А, Б, В, Г}, которые содержат ровно две буквы А?

Для 1й буквы А существует 5 позиций, для 2й – 4. Всего способов поставить 2 буквы А на 5 позиций $= 5 \cdot 4 = 20$. Но буквы А одинаковые, первую из них можно поставить на любое место из 2х, 2ю - на оставшееся $\rightarrow 20 / (2 \cdot 1) = 10$.

Осталось 3 позиции и 3 буквы: $N = 3^3 = 27$.

Учитываем буквы А: $N = 27 \cdot 10 = 270$.

Ответ: 270.

Вася составляет 3-буквенные слова, в которых есть только буквы В, Е, С, Н, А, причём буква А используется в каждом слове хотя бы 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

3 буквы А: $3 \cdot 2 \cdot 1 / (3 \cdot 2 \cdot 1) = 1$ слово. Делим на $3 \cdot 2 \cdot 1$, т.к. 1ю «А» можно поставить на любое место из 3х, 2ю – из 2х и последнюю – на 1.

2 буквы А: $3 \cdot 2 / (2 \cdot 1) = 3$ способа расставить буквы А и $3 \cdot 4^1 = 12$ слов.

1 буква А: 3 способа расставить и $3 \cdot 4^2 = 48$ слов.

Всего $= 1 + 12 + 48 = 61$ слово.

ДРУГОЙ СПОСОБ:

Всего 3-буквенных слов, составленных из 5 букв: $5^3 = 125$.

3-буквенных слов без букв А: $4^3 = 64$.

Тогда подходящих слов: $125 - 64 = 61$.

Ответ: 61.

Измерение количества информации

№ 10

Все 4-буквенные слова, составленные из букв А, Б, В, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. АААА

2. АААБ

3. АААВ

4. АААТ

.....

Запишите слово, которое стоит на 67-м месте от начала списка.

Замена: А-0, Б-1, В-2, Т-3.

Получим числа в 4й системе счисления от 0_4 до 3333_4 .

Нумерация с нуля \rightarrow 67 элемент исходного списка \rightarrow 66.

$$66_{10} = 64_{10} + 2_{10} = 1002_4.$$

Обратная замена: БААВ.

Ответ: БААВ.

Информационный объём сообщения

№ 13

С помощью k бит можно получить 2^k чисел (вариантов).
Пример: {А, Б, В} – 3 варианта $< 4 = 2^2$, потребуется 2 ячейки (2 бита) для хранения 1 символа.

Объём информационного сообщения:

$$V = N \cdot K,$$

где N – количество символов, K – сколько выделено места в битах под 1 символ.

Информационный объём сообщения

№ 13

В велокроссе участвуют 125 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объём в битах сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 велосипедистов?

$125 < 128 = 2^7 \rightarrow 7$ бит, чтобы «закодировать» каждого спортсмена.

70 спортсменов $\cdot 7 = 490$ бит.

Ответ: 490.

Информационный объём сообщения

№ 13

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из **9 символов**. Из соображений информационной безопасности каждый пароль должен содержать хотя бы **1 десятичную цифру**, как **прописные**, так и **строчные латинские буквы**, а также не менее **1 символа из 6-символьного набора**: «&», «#», «\$», «*», «!», «@». В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено **одинаковое и минимально возможное целое число байт**. При этом используют посимвольное кодирование паролей, **все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит**. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о **20 пользователях** потребовалось **500 байт**. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт. *Примечание. В латинском алфавите 26 букв.*

$10 + 26 + 26 + 6 = 68$ символов $< 128 = 2^7 \rightarrow 7$ бит на место для хранения 1 символа.

$7 \cdot 9 = 63 \rightarrow 64 : 8 = 8$ байт на хранение пароля.

$500 : 20 = 25$ байт на хранение информации 1 пользователя.

$25 - 8 = 17$ бит на дополнительные сведения.

Ответ: 17.

Задачи для самоконтроля

№ 5

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только 4 буквы К, О, Р, А; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Р, А, К используются такие кодовые слова: Р: 000, А: 10, К: 01.

Укажите такое кодовое слово для буквы О, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодовых слов несколько, укажите то, у которого меньшая длина.

Ответ: 11.

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв И, К, Л, М, Н, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы Л использовали кодовое слово 1, для буквы М – кодовое слово 01. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех пяти кодовых слов?

Ответ: 14.

Задачи для самоконтроля

№ 10

Сколько существует различных символьных последовательностей длины от одного до трёх (включительно) в четырёхбуквенном алфавите {А, С, G, Т}.

Ответ: 84.

Сколько существует различных символьных последовательностей длины от 5 до 6 в четырёхбуквенном алфавите {А, Т, Г, Ц} таких, что буква А встречается хотя бы 1 раз?

Ответ: 4148.

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 1 до 5. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 1 встречается ровно три раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

Ответ: 160.

Задачи для самоконтроля

№ 10

Все 5-буквенные слова, составленные из букв Е, Ж, И, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ЕЕЕЕЕ
2. ЕЕЕЕЖ
3. ЕЕЕЕИ
4. ЕЕЕЖЕ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 238.

Ответ: ИИИЖЕ.

Все 6-буквенные слова, составленные из букв С, В, Е, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ВВВВВВ
2. ВВВВВЕ
3. ВВВВВС
4. ВВВВВТ
5. ВВВВЕВ ...

Под каким номером стоит первое из слов, которое начинается с буквы Т?

Ответ: 3073.

Задачи для самоконтроля

№ 13

В велокроссе участвуют 359 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Какой объём памяти будет использован устройством, когда промежуточный финиш прошли 168 велосипедистов? (Ответ дайте в байтах.)

Ответ: 189.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только символы из 10-символьного набора: A, B, C, D, E, F, G, H, K, L. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 300 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байт.

Ответ: 5.