

Задачи к экзамену по курсу  
"Теория вероятностей и математическая статистика".  
(1 часть)

1. Для социологического обследования из группы в 100 человек, среди которых 40 мужчин и 60 женщин, случайно отбирают 10 человек. Какова вероятность того, что среди них будет четверо мужчин?

2. Из отрезка  $[0,1]$  случайно и независимо выбирают две точки. Какова вероятность того, расстояние между ними будет больше  $1/2$ ?

3. Два человека играют в следующую игру: независимо друг от друга они выбирают одну из монет в 10 или 20 рублей и отмечают полученную сумму. Если эта сумма равна 20, то выигрывает первый, если она равна 40, то выигрывает второй, в противном случае фиксируется ничья. Какова вероятность того, что первый игрок не проиграет, если они выбирают монеты с одинаковыми вероятностями?

4. Есть две монеты: одна обыкновенная, а другая-с двумя гербами. Случайно выбрали одну из монет и подбросили два раза. Выпало два герба. какова вероятность того, что это обыкновенная монета?

5. Две трети секретарей большого стенографического бюро имеют водительские права. Для участия в некоторой поездке случайно отобраны 4 секретаря. Какова вероятность того, что по крайней мере двое из них имеют водительские права?

6. Вероятность выигрыша в некоторой лотерее равна 0.3. Вы купили 100 билетов. Не менее какого числа выигрышей мы можем гарантировать с вероятностью не менее 0.9?

7. По некоторому каналу связи передаются сообщения. Вероятность ошибки при передаче одного символа равна 0.01. При каком количестве символов вероятность того, что мы имеем в сообщении не менее двух ошибок, не менее 0.95?

8. Симметричную монету подбрасывают 4 раза.  $\xi$ -число выпавших

гербов. Найти распределение вероятностей с.в.  $\xi$ . Вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и  $P(\xi \geq 2)$ .

9. Для случайной величины  $\xi$  из задачи 8 определим  $\eta = (\xi - 2)^2$ . Найти:

- 1) распределение  $\eta$ ,
- 2)  $M\eta$ ,  $D(\eta)$ .

10. Есть три монеты. Вероятность появления герба равна 0.3 для первой монеты, 0.5-для второй и 0.6-для третьей. Пусть  $\xi$  равна числу выпавших гербов. Найти распределение  $\xi$  и вычислить  $M\xi$   $D(\xi)$ .

11. Из отрезка  $[0,1]$  случайно и независимо выбирают две точки. Найти плотность распределения разности координат этих точек. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

12. Для случайной величины  $\xi$  из задачи 11 определим  $\eta = \xi^2$ .

- 1) распределение  $\eta$ ,
- 2)  $M\eta$ ,  $D(\eta)$ .

13. Распределение дискретного случайного вектора  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$  задано таблицей

|   | -1   | 0    | 1    |
|---|------|------|------|
| 0 | 0.05 | 0.1  | 0.15 |
| 1 | 0.2  | 0.05 | 0.05 |
| 2 | 0.1  | 0.2  | 0.1  |

Найти:

- 1) распределение с.в.  $\xi_1$  и  $\xi_2$ ,
- 2) проверить независимость  $\xi_1$  и  $\xi_2$ ,
- 3) вероятность того, что  $\xi_1\xi_2 = 0$ ,
- 4) коэффициент корреляции для  $\xi_1$  и  $\xi_2$ ,
- 5) совместное распределение случайного вектора  $\eta = (\eta_1, \eta_2)$ , где  $\eta_1 = \xi_1$ ,  $\eta_2 = \xi_1\xi_2$ .

14.  $\xi_1$  и  $\xi_2$ -независимы и имеют показательное распределение с параметром  $\lambda$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi_1 - \xi_2$ .

15. Случайный вектор  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$  имеет распределение с плотностью

$$\rho_{\xi}(x_1, x_2) = \begin{cases} C(x_1 + 2x_2) & , \quad x_1, x_2 \in [0, 1], \\ 0 & , \quad \dots \end{cases}$$

Найти: 1) константу  $C$ ,

2)  $\rho_{\xi_1}(x_1)$ ,

3) проверить независимость  $\xi_1$  и  $\xi_2$ ,

4)  $P(\xi_1 > \xi_2)$ .

5)  $M(\xi_1), M(\xi_2), cov(\xi_1, \xi_2), \rho(\xi_1, \xi_2)$ .

16.  $\xi_1$  и  $\xi_2$ -независимы и одинаково распределены,

$$\rho_{\xi_1}(x) = \rho_{\xi_2}(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x \in [0, 1] , \\ 0 & , \quad \dots \end{cases}$$

$\eta = \xi_1 + 2\xi_2$  . Найти  $\rho_{\eta}(y)$ .

17. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1$ . Найти медиану для этого распределения.

18.  $\eta, \xi_1, \xi_2$ -случайные величины.  $\xi_1$  и  $\xi_2$  независимы,  $M(\xi_1) = M(\xi_2) = M(\eta) = 0$ ,  $D(\xi_1) = D(\xi_2) = 1$ ,  $cov(\eta, \xi_1) = 0.5$ ,  $cov(\eta, \xi_2) = -0.5$ . Найти наилучшую линейную оценку для  $\eta$  вида  $c_1\xi_1 + c_2\xi_2$ .

19. Пусть  $\xi_1, \xi_2$ -случайные величины, такие, что  $M(\xi_1) = 1$ ,  $M(\xi_2) = 2$ ,  $D(\xi_1) = 4$ ,  $D(\xi_2) = 1$ ,  $cov(\xi_1, \xi_2) = 0.5$ . Определим  $\eta = 2\xi_1 + 4\xi_2 + 3$ . Вычислить  $M(\eta)$  и  $D(\eta)$ .