

"Теория вероятностей и математическая статистика".

Контрольная работа 3

1а. Случайный вектор $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ имеет распределение

$\xi_2 \backslash \xi_1$	-1	0	1	2
-1	0.05	0.15	0.05	0.05
0	0.1	0.1	0.1	0.1
1	0.05	0.1	0.15	0

Найти: 1) распределение с.в. $\eta = \xi_1 \cdot \xi_2$,

2) распределение каждой из координат ξ_1 и ξ_2 ,

3) проверить независимость ξ_1 и ξ_2 ,

4) условное распределение вектора ξ при условии $\xi_1 \xi_2 = 0$,

5) условное распределение ξ_1 при условии $\xi_2 = -1$,

6) условное математическое ожидание ξ_1 при условии $\xi_2 = -1$,

7) $\rho(\xi_1, \xi_2)$.

1б. Случайный вектор $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ имеет плотность распределения

$$\rho_{\xi}(x_1, x_2) = \begin{cases} C(2x_1 + 3x_2) & , \quad x_1, x_2 \in [0, 1] , \\ 0 & , \quad \dots \end{cases}$$

Найти: 1) константу C ,

2) распределение с.в. $\eta = \xi_1 - \xi_2$,

3) распределение каждой из координат ξ_1 и ξ_2 ,

4) проверить независимость с.в. ξ_1 и ξ_2 ,

5) условную плотность ξ_1 при условии $\xi_2 = 1/2$,

6) условное математическое ожидание ξ_1 при условии $\xi_2 = 1/2$.

7) $\rho(\xi_1, \xi_2)$.

2а. Сколько раз нужно подбросить игральный кубик, чтобы сумма очков стала больше 400 с вероятностью не менее 0.9?

2б. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \dots$ – н.о.р., $M(\xi_1) = 1$, $D(\xi_1) = 4$. Положим $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. При каком минимальном n $P(S_n > 120) \geq 0.95$?

2в. В условиях предыдущей задачи при каком δ имеет место соотношение $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - 1\right| < \delta\right) = 0.9$, если $n = 100$?

3. Ресторан под открытым небом работает только в погожие дни. Если в данной местности сегодня идет дождь, то с вероятностью 0.4 он будет и завтра, если же сегодня дождя нет, то завтра он будет с вероятностью 0.06. Описать эту ситуацию с помощью однородной цепи Маркова и найти матрицу перехода за один шаг. Найти стационарное распределение. Сегодня ресторан был закрыт. Найти вероятность того, что он будет закрыт еще два дня.